Vizsga, 2015. dec. 22. **A cs.**

A1. Mi az adatbányászat alapvető célkitűzése? (vendégelőadás)

Rejtett, nem triviális összefüggések kiderítése nagy számú empirikus adatban.

A2. Milyen bizonyítási algoritmusra szükség van, hogy egy logikában a vonzat fennállását kimutassuk két logikai állítás között? A vonzat hiánya is mutatható ki?

Teljes bizonyítási algoritmusra. A vonzat hiánya is kimutatható, de nem minden logikában (melyikben igen? melyikben nem?) (ld. jegyzet/előadás).

A3. Milyen lényeges nyereséget jelent MI problémák megoldása szempontjából, hogy a predikátum kalkulusban kialakítható a szituáció kalkulus séma? A szituáció kalkulus milyen elemekkel gazdagítja a predikátum kalkulus kifejezési módját?

Lehetőséget teremt a tervkészítésre (cselekvés-szekvenciák tervezése).
A két elem a szituáció argumentum bevezetése minden, változásnak kitett predikátumba, valamint a szituáció értékkészletű 'eredmény(Cselekvés, szituáció)' függvény, amivel megfogalmazhatók az intelligens ágens cselekvéseinek hatására (ill. hatás hiányára) vonatkozó logikai axiómák. (ld. jegyzet/előadás).

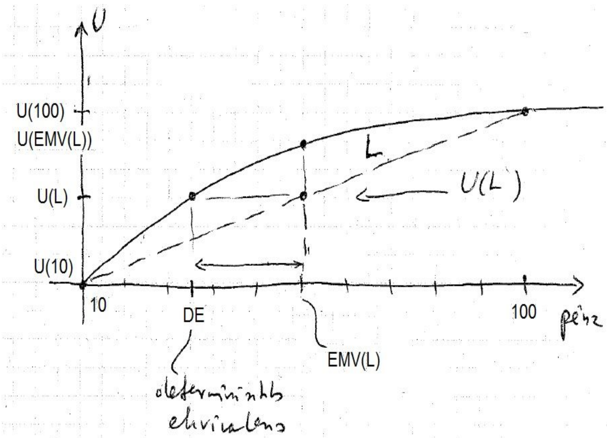
A4. Mire valók a korlátozáskielégítési problémák (CSP) (legalább 1 konkrét példa!) és milyen a megoldásuk általános stratégiája?

Bonyolult (sok állapotváltozótól) függő rendszerek (problémák) leírására. A tudományos törvények nagy része korlátjellegű (pl. ideális gáztörvény, hatás-ellenhatás elv, stb.). Konkrét példa lehet akár az egyetemen a teremkiosztás a tantárgyak megtartására, robotok mozgása akadályokban gazdag környezetben, megmunkálási műveletek kiosztása gyári gépekre, stb.
A megoldás általános stratégiája keresés az állapotváltozókat legális értékekre lekötve úgy, hogy a korlátok halmaza a konzisztens megoldás felé konvergáljon. (ld. jegyzet/előadás).

A5. A közgazdászok a rizikót kerülő ember pénzhasznosság érzetét sokszor exponenciális U(x) = R * (1 - exp(-x/R)) képlettel modellezik, ahol R egy pozitív konstans (x-szel azonos dimenziójú), amely az egyén rizikótűrését fejezi ki. Tegyük fel, hogy Béla hasznosság képletében R = 500 Ft. Bélát választás elé állítják, fogadjon egy fix 500 Ft összeget, vagy vegyen részt egy sorsjátékban, melynek 5000 Ft nyeresége .6 valószínű, különben 0-t kap.
Béla akkor lép racionálisan, ha eldönti, hogy a fix fizetés nagyobb/kisebb-e a sorsjáték determinisztikus ekvivalensénél? Jelen esetben ez milyen magas? Mi Béla racionális döntése?
Vegye figyelembe, hogy: exp(-10) = (kb.) 0, exp(-2) = .1353, exp(-2/5) = .6703.

Vigyázz! Az ábra nem pontosan ehhez a feladathoz való! Csak az elv bemutatásáért van itt!

Mi a sorsjáték determinisztikus ekvivalense? Az az összeg, amelynek hasznossága azonos a sorsjáték várható hasznosságával, azaz: U(DE) = .6 x U(5000), amit a megadott képlet és numerikus adatok mellett a DE-re kell megoldani.



$R \times (1 - \exp(-DE/R)) = .6 \times R \times (1 - \exp(-5000/R))$
$(1 - \exp(-DE/R)) = .6 \times (1 - \exp(-5000/R))$
$(1 - \exp(-DE/500)) = .6 \times (1 - \exp(-10))$
$\exp(-DE/500)) = .4$
$DE = 500 \times \ln(5/2) =$ (kb.) 458

A Bélának ajánlott 500 Ft több, mint a determinisztikus ekvivalens, el kellene fogadnia.

A6. Mi a megerősítéses tanulásnál alkalmazható implicit reprezentáció gondolata? Mi a legfontosabb tulajdonsága? Alkalmazható egyaránt az U és a Q-tanulásra, vagy sem?

A hasznosságok táblázatos (állapotonkénti) tárolása helyett a hasznosságot véges számú jelleg súlyozott összegeként kifejezni. A táblázatos reprezentáció dimenziója azonos az állapottér dimenziójával, az implicit reprezentáció dimenziója azonos a használt jellegek darabszámával.
A legfontosabb tulajdonság a bemeneti általánosítás (ld. jegyzet/előadás).
Igen, mindkettőre alkalmazható (ld. jegyzet/előadás).

A7. Hogyan épül fel általánosan egy dinamikus valószínűségi háló? Hogyan látszik rajta hányadrendű Markovi feltételt teljesít? Ha a lekérdezéses változó t-időpillanatban $\mathbf{X}_t$ és az evidencia t-ideig $\mathbf{e}_{1:t}$, akkor adja meg a $P(\mathbf{X}_t \mid \mathbf{e}_{1:t}) \leftarrow P(\mathbf{X}_{t-1} \mid \mathbf{e}_{1:t-1})$ rekurzív szűrés képletét!

Tartalmazza csomópontjaiban ugyanazoknak a változóknak más-más időpontokra vonatkozó értékeit.
A csomópontok közötti élek hány időszeleten át nyúlnak. Ha csak a szomszédos időszeleteken át - elsőrendű Markovi.
A képlet (ld. jegyzet/előadás).

A8. Modellezzük a szalonnasütést következőképpen:

Ha távol vagyunk a tűztől, nem égetjük meg magunkat.
Ha szalonna a tűzön van, megsül.
Ha nyárson tartunk valamit a tűz felett (tehát tűztől távol), az megsül (mert a tűzön lesz), de nem égetjük magunkat.

$\forall x\ \text{Kéz}(x) \wedge \text{TávolTűztől}(x) \rightarrow \text{NemÉgKezem}(x).$
$\forall x\ \text{Étel}(x) \wedge \neg\text{TávolTűztől}(x) \rightarrow \text{MegSül}(x).$
$\forall x,y\ \text{Étel}(x) \wedge \text{Kéz}(y) \wedge \text{NyársonTart}(x,y) \rightarrow \text{TávolTűztől}(y) \wedge \neg\text{TávolTűztől}(x).$

Tudjuk persze azt is, hogy: Étel(Szalonna). Kéz(Kezem). NyársonTart(Szalonna,Kezem).
Vajon elérjük-e az áhított eredményt, azaz, hogy: $\text{MegSül}(\text{Szalonna}) \wedge \text{NemÉgKezem}(\text{Kezem})$ igaz lesz-e ?

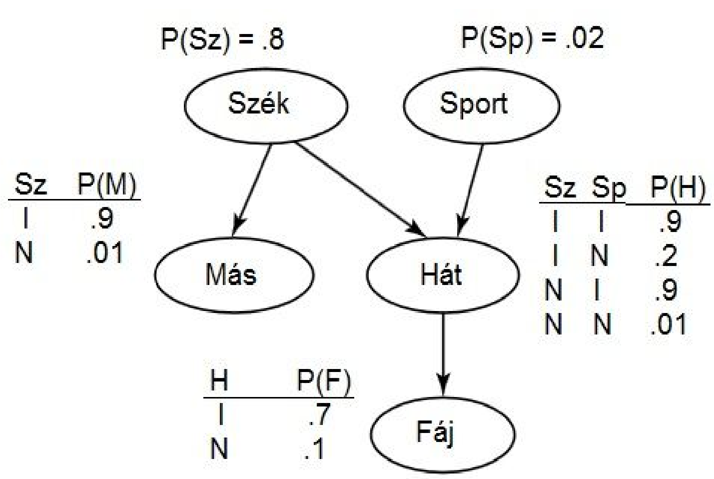
Mielőtt tűzet gyűjtenénk, lássuk be a vonzatot rezolúciós bizonyítással!

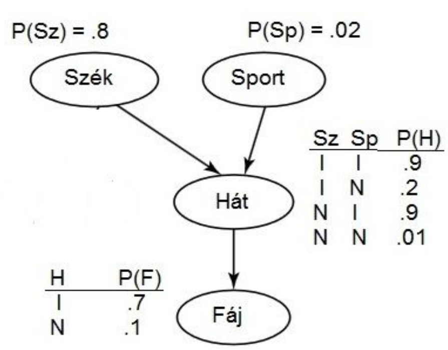
1. $\forall$x Kéz(x) $\wedge$ TávolTűztől(x) $\rightarrow$ NemÉgKezem(x).
2. $\forall$x Étel(x) $\wedge$ $\neg$TávolTűztől(x) $\rightarrow$ MegSül(x).
3. $\forall$x,y Étel(x) $\wedge$ Kéz(y) $\wedge$ NyársonTart(x,y) $\rightarrow$ TávolTűztől(y) $\wedge$ $\neg$TávolTűztől(x).
4. Étel(Szalonna).
5. Kéz(Kezem).
6. NyársonTart(Szalonna,Kezem).
7. $\neg$(MegSül(Szalonna) $\wedge$ NemÉgKezem(Kezem))

1. $\neg$Kéz(x1) $\vee$ $\neg$TávolTűztől(x1) $\vee$ NemÉgKezem(x1).
2. $\neg$Étel(x2) $\vee$ TávolTűztől(x2) $\vee$ MegSül(x2).
3a. $\neg$Étel(x3) $\vee$ $\neg$Kéz(y1) $\vee$ $\neg$NyársonTart(x3,y1) $\vee$ TávolTűztől(y1).
3b. $\neg$Étel(x4) $\vee$ $\neg$Kéz(y2) $\vee$ $\neg$NyársonTart(x4,y2) $\vee$ $\neg$TávolTűztől(x4).
4. Étel(Szalonna).
5. Kéz(Kezem).
6. NyársonTart(Szalonna,Kezem).
7. $\neg$MegSül(Szalonna) $\vee$ $\neg$NemÉgKezem(Kezem)

8. 4+2 TávolTűztől(Szalonna) $\vee$ MegSül(Szalonna). x2/ Szalonna
9. 4+3a $\neg$Kéz(y1) $\vee$ $\neg$NyársonTart(Szalonna,y1) $\vee$ TávolTűztől(y1). x3/Szalonna
10. 4+3b $\neg$Kéz(y2) $\vee$ $\neg$NyársonTart(Szalonna,y2) $\vee$ $\neg$TávolTűztől(Szalonna). x4/Szalonna
11. 5+9 $\neg$NyársonTart(Szalonna,Kezem) $\vee$ TávolTűztől(Kezem). y1/Kezem
12. 5+10 $\neg$NyársonTart(Szalonna,Kezem) $\vee$ $\neg$TávolTűztől(Szalonna). y2/Kezem
13. 6+11 TávolTűztől(Kezem).
14. 6+12 $\neg$TávolTűztől(Szalonna).
15. 1+5 $\neg$TávolTűztől(Kezem) $\vee$ NemÉgKezem(Kezem). x1/ Kezem
16. 2+4 TávolTűztől(Szalonna) $\vee$ MegSül(Szalonna). x2/ Szalonna
17. 15+13 NemÉgKezem(Kezem).
18. 16+14 MegSül(Szalonna).
19. 7+17 $\neg$MegSül(Szalonna)
20. 19+18 üres rezolvens

A9. Számítsa ki a háló alapján, hogy mi a P(Szék | Fáj) valószínűség értéke?





Először a hálót redukálni kell a feladatnak megfelelően (jobb ábra). Ennél a hálónál a kérdést ki kell egészíteni együttes eloszlásra és az ismeretlen változókra kiösszegezni:

$P(\text{Szék} \mid \text{Fáj}) = a \times P(\text{Szék}, \text{Fáj}) = a \times \Sigma_{p,h} P(\text{Szék}, \text{Fáj}, h, p) = a \times \Sigma_{p,h} P(\text{Fáj} \mid h) P(h \mid \text{Szék } p) P(\text{Szék}) P(p)$

$= a \times ($ $P(\text{Fáj} \mid H) P(H \mid \text{Szék } P) P(\text{Szék}) P(P)$

$P(\text{Fáj} \mid H) P(H \mid \text{Szék } \neg P) P(\text{Szék}) P(\neg P)$

$P(\text{Fáj} \mid \neg H) P(\neg H \mid \text{Szék } P) P(\text{Szék}) P(P)$

$P(\text{Fáj} \mid \neg H) P(\neg H \mid \text{Szék } \neg P) P(\text{Szék}) P(\neg P)$)

$= a \times (.7 \times .9 \times .8 \times .02 + .7 \times .2 \times .8 \times .98 + .1 \times .1 \times .8 \times .02 + .1 \times .8 \times .8 \times .98) = a \times .1827$

$P(\neg\text{Szék} \mid \text{Fáj}) = a \times P(\neg\text{Szék}, \text{Fáj}) = a \times \Sigma_{p,h} P(\neg\text{Szék}, \text{Fáj}, h, p)$

$= a \times \Sigma_{p,h} P(\text{Fáj} \mid h) P(h \mid \neg\text{Szék } p) P(\neg\text{Szék}) P(p)$

$= a \times ($ $P(\text{Fáj} \mid H) P(H \mid \neg\text{Szék } P) P(\neg\text{Szék}) P(P)$

$P(\text{Fáj} \mid H) P(H \mid \neg\text{Szék } \neg P) P(\neg\text{Szék}) P(\neg P)$

$P(\text{Fáj} \mid \neg H) P(\neg H \mid \neg\text{Szék } P) P(\neg\text{Szék}) P(P)$

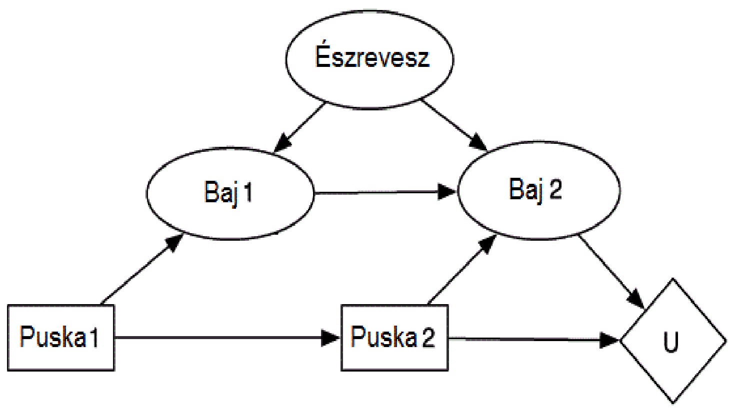
$P(\text{Fáj} \mid \neg H) P(\neg H \mid \neg\text{Szék } \neg P) P(\neg\text{Szék}) P(\neg P)$)

$= a \times (.7 \times .9 \times .2 \times .02 + .7 \times .01 \times .2 \times .98 + .1 \times .1 \times .2 \times .02 + .1 \times .99 \times .2 \times .98) = a \times .0233$

$a = 4.85$

$P(\text{Szék} \mid \text{Fáj}) = .88$

A10. Az alábbi döntési háló két, egymás utáni puskázási kísérletet modellez (pl. a ZH elején és a közepe táján). Döntse el a háló alapján, hogy érdemes-e a ZH-n puskázni (azaz mi a Puska1 = Nem/Igen, Puska2 = Nem/Igen optimális (maximális hasznosságú) megválasztása)?



Legyen P(É = Igaz) = 0.4, P(Baj1= Igaz | É = Igaz, Puska1 = Igen) = 0.8 és 0.0 minden más esetben. Tegyük fel továbbá, hogy P(Baj2 = Igaz | Puska2, Baj1, É) az alábbi feltételes valószínűségi táblával van megadva:

Puska 2	**Baj 1**	**É**	**P(Baj2 = Igaz)**
Nem	0	0	0.0
Nem	0	1	0.0
Nem	1	0	0.3
Nem	1	1	0.3
Igen	0	0	0.0
Igen	0	1	0.8
Igen	1	0	0.3
Igen	1	1	1.0

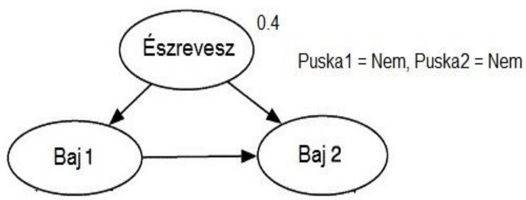
A megszerezhető hasznosság táblázata pedig:

Baj2	**Puska2**	**U**

0	Nem	70
0	Igen	100
1	Nem	0
1	Igen	30

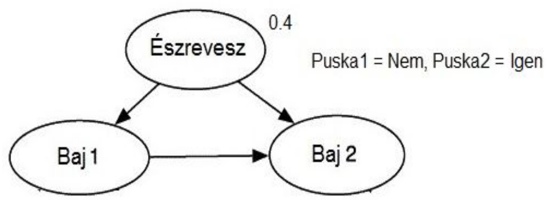
Tipp: A hasznosság táblázata a Baj2 = 0/1 értékeire van megadva, a Baj2 véletlen változó azonban csak valamilyen valószínűséggel lesz 0, ill.1. A hasznosságok megállapításához tehát a háló alapján (az ismeretlen változókra kiösszegezve) ki kell számítani a P(Baj2 = 1 | Puska1 = Nem/Igen, Puska2 = Nem/Igen) valószínűségeket.

A hasznosság kiszámításához figyelembe kell venni a cselekvéseket (a hasznosság direkt módon csak a Puska2-től függ) és a Baj2 változó várható értékét a vizsgált cselekvési szekvencia mellett. Négyféle cselekvési lehetőségünk van (puskázás korábban, puskázás később). Egy-egy cselekvési szekvenciához tartozó véletlen csomópontok valószínűségeit az alábbi 4 ábra mutatja. Mind a 4 esetben ki kell számítani a P(Baj2) valószínűséget (Ne felejtsük, hogy a Puska1, Puska2 nem véletlen változó és valószínűsége nincs, szerepe feltételként csak szimbolikus). Lássuk:



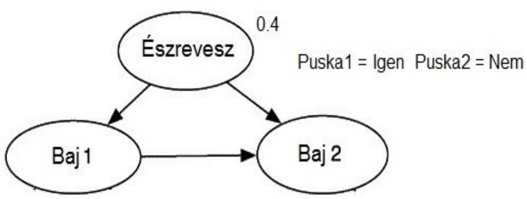
É	P(Baj1 = Igaz)
0	0.0
1	0.0

Baj 1	É	P(Baj2 = Igaz)
0	0	0.0
0	1	0.0
1	0	0.3
1	1	0.3



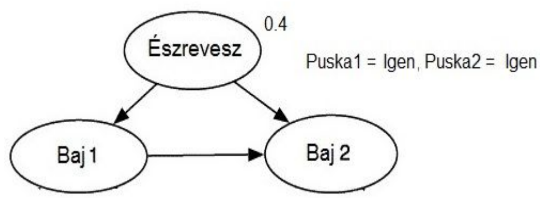
É	P(Baj1 = Igaz)
0	0.0
1	0.0

Baj 1	É	P(Baj2 = Igaz)
0	0	0.0
0	1	0.8
1	0	0.3
1	1	1.0



É	P(Baj1 = Igaz)
0	0.0
1	0.8

Baj 1	É	P(Baj2 = Igaz)
0	0	0.0
0	1	0.0
1	0	0.3
1	1	0.3



É	P(Baj1 = Igaz)
0	0.0
1	0.8

Baj 1	É	P(Baj2 = Igaz)
0	0	0.0
0	1	0.8
1	0	0.3
1	1	1.0

$P(Baj2) = \Sigma_{baj1,e}\, P(Baj2\ baj1\ e) = \Sigma_{b1,e}\, P(Baj2 \mid baj1\ e)\, P(baj1 \mid e)\, P(e)$

$= (\, P(Baj2 \mid Baj1\ E)\, P(Baj1 \mid E)\, P(E) +$

$\quad P(Baj2 \mid Baj1\ \neg E)\, P(Baj1 \mid \neg E)\, P(\neg E) +$

$\quad P(Baj2 \mid \neg Baj1\ E)\, P(\neg Baj1 \mid E)\, P(E) +$

$\quad P(Baj2 \mid \neg Baj1\ \neg E)\, P(\neg Baj1 \mid \neg E)\, P(\neg E))$

Puska1 = Nem, Puska2 = Nem

$P(Baj2) = (\ .3 \times 0 \times .4 + .3 \times 0 \times .6 + 0 \times .2 \times .4 + 0 \times 1 \times .6) = 0$

Puska1 = Nem, Puska2 = Igen

$P(Baj2) = (\ 1 \times 0 \times .4 + .3 \times 0 \times .6 + .8 \times 1 \times .4 + 0 \times 1 \times .6) = .32$

Puska1 = Igen, Puska2 = Nem
$P(Baj2) = (.3 \times .8 \times .4 + .3 \times 0 \times .6 + 0 \times .2 \times .4 + 0 \times 1 \times .6) = .096$

Puska1 = Igen, Puska2 = Igen
$P(Baj2) = (1 \times .8 \times .4 + .3 \times 0 \times .6 + .8 \times .2 \times .4 + 0 \times 1 \times .6) = .384$

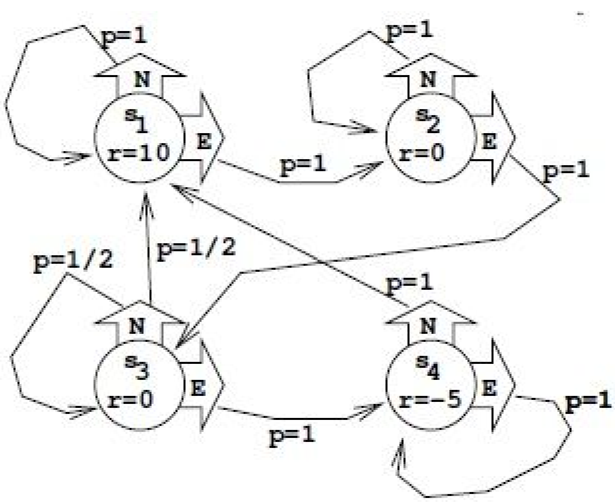
Puska1 = Nem, Puska2 = Nem
$P(Baj2) = 0$
$U = 0 \times P(Baj2) + 70 \times P(\neg Baj2) = 70 \times 1 = 70$

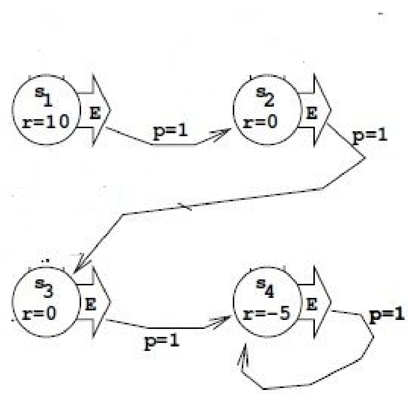
Puska1 = Nem, Puska2 = Igen
$P(Baj2) = .32$
$U = 30 \times P(Baj2) + 100 \times P(\neg Baj2) = 30 \times .32 + 100 \times .68 =$ **77.6**

Puska1 = Igen, Puska2 = Nem
$P(Baj2) = .096$
$U = 0 \times P(Baj2) + 70 \times P(\neg Baj2) = 70 \times .904 = 63.28$

Puska1 = Igen, Puska2 = Igen
$P(Baj2) = .384$
$U = 30 \times P(Baj2) + 100 \times P(\neg Baj2) = 30 \times .384 + 100 \times .616 = 73.12$

A11. Az alábbi szekvenciális döntési feladatnál 2 eljárásmód lehetséges (N, E). 'r' az állapotonkénti pillanatnyi jutalom. A leszámoltatási tényező értéke .5. Írja fel az <u>optimális</u> eljárásmódra vonatkozó Bellman egyenlet! Számítsa ki az állapotok hasznosságát, ha az alkalmazott eljárásmód minden állapotra az 'E'!





$U1 = 10 + \gamma \max (U1, U2)$
$U2 = \gamma \max (U3, U2)$
$U3 = \gamma \max (.5 \times U3 + .5 \times U1, U4)$
$U4 = -5 + \gamma \max (U1, U4)$

$U1 = 10 + \gamma U2 = 8.75$
$U2 = \gamma U3 = -2.5$
$U3 = \gamma U4 = -5$
$U4 = -5 + \gamma U4 = -10$

A12. Egy ágens 8 db, négy attribútummal jelzett példából az 'y' tulajdonság definícióját tanulja döntési fa módszerével. Információelméleti mennyiségek felhasználásával építse fel a döntéshez szolgáló döntési fát! Írja fel a kapott döntési fa logikai definícióját!

Sz.	A1	A2	A3	A4	y
X1	1	0	0	0	1
X2	1	0	1	1	1
X3	0	1	0	0	1
X4	0	1	1	0	0
X5	1	1	0	1	1
X6	0	1	0	1	0
X7	0	0	1	1	1
X8	0	0	1	0	0

Vegye figyelembe, hogy: I(2/5,3/5) = .9710, I(1/3,2/3) = .9183, I(3/8,5/8) = .9544, I(1/5,4/5) = .7219, I(1/4,3/4) = .8113.

I = I(5/8,3/8)

Ny(A1) = I - 3/8 I(0,1) - 5/8 I(2/5,3/5) = I - .61
Ny(A2) = I - 4/8 I(1/4,3/4) - 4/8 I(1/2,1/2) = I - .905
Ny(A3) = I - 4/8 I(1/2,1/2) - 4/8 I(1/4,3/4) = I - .905
Ny(A4) = I - 4/8 I(1/4,3/4) - 4/8 I(1/2,1/2) = I - .905
A1