DIGITÁLIS TECHNIKA GYAKORLÓ FELADATOK 2.
Megoldások

III. Kombinációs hálózatok

1. Tervezzen kétbemenetű programozható kaput!
A hálózatnak két adatbenemete (a, b) és két funkcióbemenete (f, g) van.
A kapu a funkciókódtól függően a következő módon viselkedjen:
fg = 00: NEGÁLT a
fg = 01: a AND b
fg = 10: a OR b
fg = 11: a XOR b

Törekedjen arra, hogy a felhasznált "szumma kapubemenetszám" lehetőleg kevés legyen!
Mennyivel sikerült megoldania?

Megoldás:
A megvalósítandó függvény Karnaugh táblája:

ab

fg	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	0	1	0
11	0	1	0	1
10	0	1	1	1

Ennek minimális kétszintű diszjunktív lefedése pl.:
/f./g./a + /f.g.a.b + f./a.b + f./g.a + f. a./b
Ez a megvalósítás összesen 21 kapubemenetet igényel és (számításaim szerint) ugyanennyi kell a minimális kétszintű diszjunktív lefedéshez is.

Ennél jóval kevesebb kell egy többszintű, XOR kapukat is használó megoldáshoz:
/f./g./a + f.(a XOR b) + a.b.(f XOR g), összes kapubemenetszám: 15.

2. Rajzolja fel az alábbi függvényeket közvetlenül megvalósító kombinációs hálózatot és vizsgálja meg statikus vagy dinamikus hazárd szempontjából! Ha van hazárd, akkor sorolja fel, hogy milyen átmenetnél milyen hazárdot talált és módosítsa úgy a kapcsolást, hogy hazárdmentes legyen! (Két feladat)

a/ F(A) = A XOR (A XOR A)
b/ F(A,B,C) = A.X + B.X +B.C; ahol X = /(A.B)

Megoldás:
a/

A kapcsolás �logikailag� értelmetlen, mert A ? (A ? A)=A, amit két XOR kapu helyett egyetlen �vezeték� is megcsinál. A tranziens analízis viszont azt mutatja, hogy a közös bemenettől a kimenetig HÁROM KÜLÖNBÖZŐ úton megy el a jel, s ha ezen utak jelkésleltetési ideje mind különböző (már pedig ami elromolhat az el is romlik) akkor A megváltoztatása a kimeneten egy gyönyörű DINAMIKUS HAZÁRDOT eredményez.
b/
Ismét csak az �út-érzékenyítés� módszerével célszerű analizálni.
Ennek alapján
- a B=1, C=0 értékeknél az A jel három különböző úton terjedve dinamikus hazárdot,
- az A=1, C=0 értékeknél a B jel három különböző úton terjedve szintén dinamikus hazárdot eredményez.
- A=1, C=1 értékeknél a B négy úton terjed, és létrejöhet kétszeres statikus hazárd
Más hazárd nincs a hálózatban.

3. Valósítsa meg a négyértékű logika *[max(a,b)+1] mod4* univerzális függvényét kétértékű logikai alkatrészekkel!

Megoldás:

A négyértékű logika változóit bináris számokként kódolva a Karnaugh tábla:

AB	**CD**			
	00	*01*	*11*	*10*
00	01	10	00	11
01	10	10	00	11
11	00	00	00	00
10	11	11	00	11

Ezt a négybemenetű, kétkimenetű logikai függvényt kell megvalósítani!

4. Lásd az előző feladatot háromértékű logikában!

Megoldás:

Hasonlóan az előzőhöz a Karnaugh tábla:

AB	**CD**			
	00	*01*	*11*	*10*
00	01	10	xx	11
01	10	10	xx	11
11	xx	xx	xx	xx
10	11	11	xx	11

5. Állapítsa meg, hogy az alábbi logikai függvények diszjunktív vagy konjunktív kétszintű megvalósítása tartalmaz kevesebb kapubemenetet!

Rajzolja fel a megoldásokat!

(X: a don't care-eket jelöli, a legmagasabb helyiérték az A)

a/ F(A,B,C,D) = SZUMMA (0,1,4,8,11,12,13,14), X:(2,7)
b/ F(A,B,C,D) = PI (0,1,5,7,9) X:(4,12)
c/ F(A,B,C,D) = PI (1,3,5,7,9,13) X:(2,4,11,15)

Megoldás:

a/ A megvalósítandó függvény Karnaugh táblája:

AB	**CD**			
	00	*01*	*11*	*10*
00	1	1		x
01	1		x	
11	1	1		1
10	1		1	

A diszjunktív minimális lefedéshez 1 kétváltozós, 3 háromváltozós és 1 négyváltozóshurok kell, ez a kimeneti VAGY kapuval együtt összesen 20 bemeneti láb.

A konjunktív lefedéshez szintén 1 kétváltozós, 3 háromváltozós és 1 négyváltozós hurok kell, ez a kimeneti ÉS kapuval együtt összesen ismét 20 láb.

b/ A megvalósítandó Karnaugh tábla:

AB	**CD**			
	00	*01*	*11*	*10*
00			x	
01				0
11			0	0
10	0		x	0

A nullák minimális lefedése (konjunktív lefedés):

(/A+/C).(/A+B+D).(/B+/C+D), összesen 11 bemenet,

míg az egyesek minimális lefedése (diszjunktív lefedés):
/A./B + /A.D + B./C + /C.D, összesen 12 bemenet.

c/ A megvalósítandó K-tábla:

AB	CD			
	00	*01*	*11*	*10*
00	x			0
01	x			0
11	0	x		0
10	0		x	0

Ezt a függvényt nézhetem konjunktív szemmel is meg diszjunktívval is, az eredmény: *D*.

6. Adott az alábbi Karnaugh-tábla. Adja meg a

> a/ kétszintű minimális (amikor a hazárd megengedett) és a
> b/ minimális hazárdmentes lefedést algebrai alak és kapcsolási rajz

formájában!

	CDE							
AB	*000*	*001*	*011*	*010*	*110*	*111*	*101*	*100*
00	0	0	0	0	0	1	1	0
01	1	1	0	0	0	0	1	1
11	1	1	1	0	0	0	0	1
10	0	1	1	0	0	1	1	0

Megoldás:

A minimális diszjunktív (ÉS-VAGY) lefedés algebrai alakja:

> /B.C.E + B./D./E + A./C.E + /A.B./D

Ezek mindegyike tovább nem bővíthetô maximális hurok (prímimplikáns) és az első három lényeges primimplikáns (van olyan minterm, amit csak az a hurok valósít meg). A kimaradt mintermeket az utolsó primimplikáns fedi le optimálisan.

A fenti megvalósításban hazárd öt szomszédos minterm-átmenetnál is van, a hazárdmentesítéshez fel kell használni a

> B./C./D + A./B.E + /A.C.D.E

prímimplikánsokat.

A feladat szövege nem írja elő kötelezően a diszjunktív lefedést (bár ennek a NAND kapuk széles választéka miatt nagyobb a gyakorlati szerepe), ezért teljesértékű megoldáshoz a konjunktív lefedést is végig kellene vizsgálni. Ezt már a kollégákra bízom, csak annyit árulok el, hogy ha jól dolgoztam, akkor a konjunktív lefedések bemeneti lábszáma nagyobb a diszjunktívénál.

7. Karnaugh-táblával adott az alábbi ötváltozós függvény:

CDE

AB	000	001	011	010	110	111	101	100
00		1					1	
01	1		x	x	x			1
11	1			1		1	1	
10		1		1	1	x	1	

a. Adja meg algebrai formában a függvény kétszintű diszjunktív megvalósításhoz (hazárd megengedett) a primimplikánsokat (legnagyobb hurkokat)!
b. Melyek a �lényeges� primimplikánsok?
c. Adja meg kapcsolási rajzon a kétszintű diszjunktív minimális hálózatot!

Megoldás:
Az összes primimplikáns:

a: /B./D.E

b: A.C.E

c: B./C./E

d: A./B.D./E

e: /A.B./E

f: A./B.C.D

g: A./C.D.E

h: /A.B/C.D

A legutolsó hurok csupa don�t care-t fed le, ezért rá már nincs szükség a továbbiakban.

A lényeges primimplikánsok megkereséséhez a lefedési tábla:
mintermek

g	1	5	8	12	17	18	21	22	24	26	29	31
a	x	x			x		x					
b							x				x	x
c			x						x	x		

d						x		x				
e			x	x								
f								x				
g						x				x		

Látható, hogy az 1, 5, 12, 17, 24, 29, 31 sorszámú mintermeket csupán egyetlen primimplikáns valósítja meg, ezek lesznek a lényeges primimplikánsok: a, b, c, e.
A lényeges primimplikánsok a 18-as és 22-es mintermeket nem valósítják meg. Ezek lehetséges lefedései: (d + g).(d + f) = d + f.g
Tehát vagy a d hurkot, vagy együtt az f és g hurkokat választhatjuk. Nyilván d választása az olcsóbb.

A hálózatot nem rajzoljuk itt fel, csak utalunk arra, hogy a bemeneten 5 megfelelő lábszámú ÉS kaput és az ezeket összefogó kimeneti VAGY kaput tartalmazza.

A további feladatok az elmúlt évek nagyZH feladatai voltak!

Ezeknél nem akarom elvenni a kollégák kedvét az "önfelmérő" gyakorlástól, ezért a megoldásokat csak kiegyelten és szűkszavúan közlöm.

8. Adja meg a kétszintű minimális lefedést (hazárd lehetséges)!

	CDE							
AB	*000*	*001*	*011*	*010*	*110*	*111*	*101*	*100*
00	0	0	1	1	1	1	0	0
01	0	0	1	1	1	1	1	0
11	0	0	0	1	1	0	1	0
10	0	0	0	1	0	0	0	0

Megoldás: /A.D + B.D./E + /C.D./E + B.C./D.E

9.

a/ Adja meg az alábbi logikai függvényt realizáló kétszintű, minimális, hazárdmentes kapcsolási rajzot!
b/ Tervezze meg az adott függvényt többszintű hazárdmentes NAND kapus megoldásban is!

	DEF							
ABC	*000*	*001*	*011*	*010*	*110*	*111*	*101*	*100*
000	1	1	1	1	0	0	1	1
001	0	0	1	1	1	1	0	0

011	0	0	0	0	0	0	0	0
010	1	1	1	1	0	0	1	1
110	1	1	1	1	0	0	1	1
111	0	0	0	0	0	0	0	0
101	0	0	1	1	1	1	0	0
100	0	0	0	0	0	0	0	0

Megoldás:

Jó észrevenni, hogy a megadott függvény nem függ az F változótól, így valójában kisebb K-tábla is elég!

A **b/** pontra egy megoldás (ami jobb, mint a kétszintű):

/[/C./(D.E)./(A./B)]./[/B.C.E]./[/A./B./D.E]

10. Adja meg a kétszintű minimális lefedést (hazárd megengedett)!

	CDE							
AB	*000*	*001*	*011*	*010*	*110*	*111*	*101*	*100*
00	0	1	1	1	1	0	0	0
01	0	1	0	0	1	0	0	0
11	0	1	0	0	1	0	1	0
10	0	1	1	1	1	1	1	0

Megoldás:

A kétszintű min. diszjunktív lefedés 21, a konjunktív 15 kapubemenetet igényel.

11. Rajzolja fel a következő függvény Karnaugh-tábláját:

(a.b) mod2 (a.c) mod2 (b.c)

Megoldás:

AB	**C**	
	0	*1*

0	0
0	1
1	1
0	1

12. Melyik majdnem teljes függvényosztályok eleme az előbbi függvény?

Megoldás: T0,T1,M,S

13.

a/ Van-e statikus vagy dinamikus hazárd az alábbi logikai függvényt közvetlenűl megvalósító hálózatban?
b/ Tervezzen hazárdmentes kétszintű, csupán NAND kapukat tartalmazó ekvivalens hálózatot!
Z = (A.B) mod2 (B.C) mod2 (C.A)

Megoldás:

Dinamikus hazárd nincs, statikus viszont van bármelyik változó megváltozása esetén, mert minden bemenet két különböző úton jut el a kimenetig, s alakulhatnak úgy a késleltetések, hogy statikus hazárd keletkezzen. (Bármelyik k´t változó 1, a harmadikat változtatjuk.)

A kétszintű, hazárdmentes NAND megvalósítás:

Z = /[/(A.B)./A.C)./(B.C)]

14. Adja meg a kétszintű minimális diszjunktív lefedést (hazárd lehetséges)!

	CDE							
AB	*000*	*001*	*011*	*010*	*110*	*111*	*101*	*100*
00	0	1	1	0	1	1	1	0
01	0	1	1	1	1	1	1	0
11	0	1	1	1	1	0	0	0
10	0	0	0	1	0	0	0	0

Megoldás: Csupa lényeges primimplikáns, összesen 20 bemeneti láb.

15. Rajzolja fel a következő függvény Karnaugh-tábláját:

(a mod2 b mod2 c).(a ekvivalens b).a

Megoldás: F=a.b.c

16. Mely majdnem teljes függvényosztályok eleme az előbbi függvény?

Megoldás: T0,T1,M.

18. A tíz decimális jegyet ún. hármas aritmetikai maradékkódban kódoljuk, azaz a számjegy háromszorosának megfelelő bináris számot adjuk meg öt biten. (Ebben a redundáns kódban minden érvényes kódszó osztható hárommal.) Az így kapott kódkészlet: 00000, 00011, 00110, ... 11011.

A feladat a dekódoló kombinációs hálózat megtervezése: a hálózat bemenete a fenti öt bit, kimenete pedig négy biten a megfelelő decimális jegy NBCD kódja: 0000, 0001, ... 1001

Megoldás

EDCBA-val az ötbites bemenetet, dcba-val a négybites kimenetet jelölve (*A* ill. *a* az LSB):

a = A
b = A mod2 B
c = E./D + D.C
d = E.D

19. A decimális számjegyeket öt biten (ABCDEF) kódolunk az alábbi táblázatnak megfelelően.
Tervezzen tíz kimenetű dekódoló hálózatot, amely a kimenetén 10-ből az 1 kóddal különválasztja az egyes számjegyeket. A dekódoló hálózat bemenetén csak a tíz helyes kódszó fordulhat elő.

CDE

AB	000	001	011	010	110	111	101	100
00			9		7		8	
01		6		5				4

11	0							
10		3		2				1

Megoldás:

A megadott Karnaugh táblában a nem jelölt cellák tartalma bármi lehet (don�t care), viszont a jelölt celláknál a megfelelő kimenetnél 1-res, a többinél 0 értéket kell a dekódoló hálózatnak megvalósítania. Pl. a 6-ot dekódoló hálózatrész Karnaugh táblája az alábbi:

DEK6:

CDE

AB	**000**	**001**	**011**	**010**	**110**	**111**	**101**	**100**
00	X	X	0	X	0	X	0	X
01	X	1	X	0	X	X	X	0
11	0	X	X	X	X	X	X	X
10	X	0	X	0	X	X	X	0

Egyetlen egyest kell tehát egy, don�t care-eket is tartalmazó jó nagy hurokkal lefedni úgy, hogy az előírt nullákat elkerüljük. Erre a DEK6= B.E hurok a legjobb. Hasonlóan kell a többi DEKx függvényt is megkeresni.

DEK0 = A.B
DEK0 = A.C
DEK0 = A.D
DEK0 = A.E
DEK0 = B.C
DEK0 = B.D
DEK0 = B.E
DEK0 = C.D
DEK0 = C.E
DEK0 = D.E

Megjegyzés: jószemű hallgató észrevehette, hogy ebben a példában a decimális számjegyek kódolására már tanult 5-ből 2 kódot kellett dekódolni!