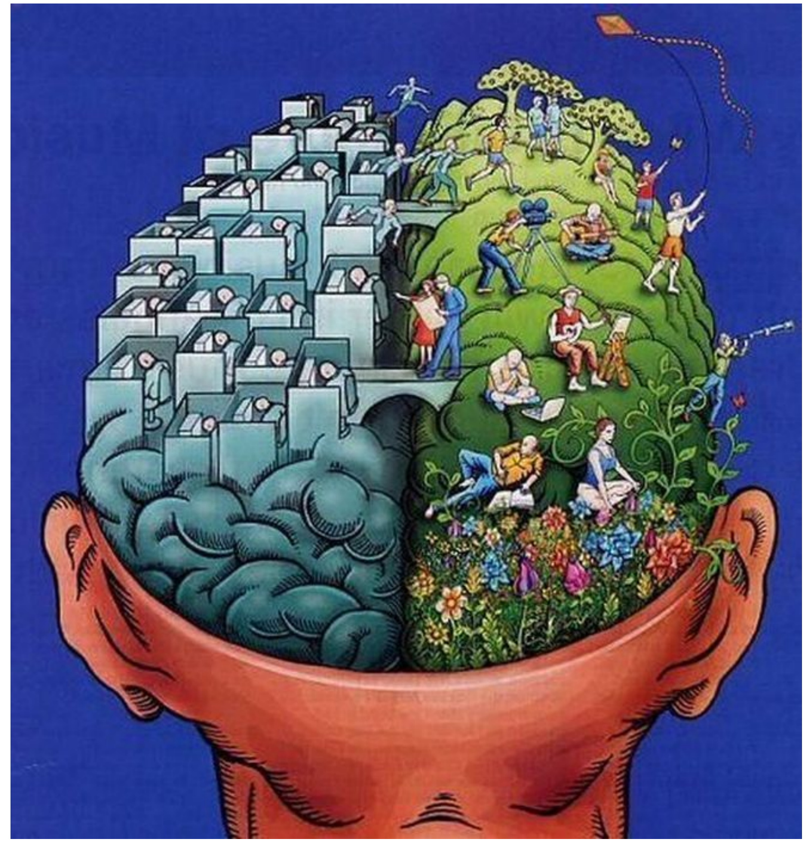
Mesterséges Intelligencia MI

Racionalitás: a hasznosság és a döntés



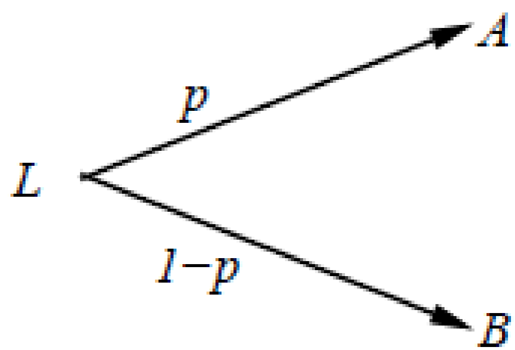
Dobrowiecki Tadeusz
Eredics Péter, és mások

BME I.E. 437, 463-28-99
dobrowiecki@mit.bme.hu,
http://www.mit.bme.hu/general/staff/tade

Preferenciák

Egy ágens választásai
A, B, … determinisztikus tételek,
ill. bizonytalan kimenetelű sorsjátékok

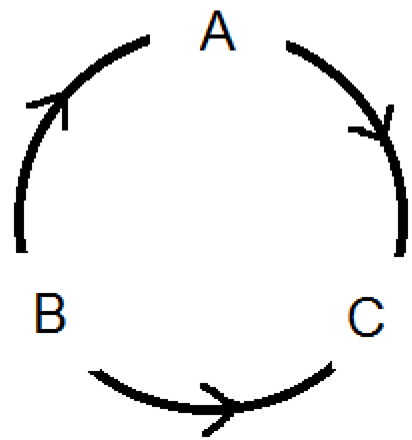
Sorsjáték: L = [p, A; (1-p), B]

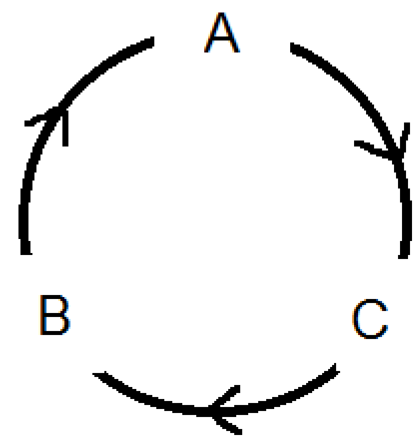


$A > B$: A preferált B-hez képest
$A \sim B$: nincs preferencia A és B között
$A \geq B$: B nem preferált A-val szemben

Racionális preferenciák → a várható hasznosság maximalása
értelmes feltételeket teljesítésével
(korlátokat)

Racionális preferenciák





Racionalitás korlátjai

Sorrendezhetőség

$(A > B) \vee (B > A) \vee (A \sim B)$

Tranzitivitás

$(A > B) \wedge (B > C) \rightarrow (A > C)$

Folytonosság

$A > B > C \rightarrow \exists p.\ [p, A; 1\text{-}p, C] \sim B$

Helyettesíthetőség

$A \sim B \rightarrow [p, A; 1\text{-}p, C] \sim [p, B; 1\text{-}p, C]$

Monotonitás

$A > B \rightarrow (p \geq q \leftrightarrow [p, A; 1\text{-}p, B] \geq [q, A; 1\text{-}q, B])$

Várható hasznosság maximalizálása

Ramsey, 1931, Neumann és Morgenstern, 1944

A korlátokat teljesítő preferenciákhoz létezik olyan valós értékű U(x) függvény, hogy:

$$U(A) \geq U(B) \leftrightarrow A \geq B$$

$$U([p_1, S_1; \ldots ; p_n, S_n] = \sum_i p_i U(S_i)$$

Maximális várható hasznosság elve:
azt maximáló cselekvés megválasztása

$$EU\left(A \middle| E\right) = \sum_i P\left(Eredmény_i\left(A\right) \middle| Tesz\left(A\right), E\right) U\left(Eredmény_i\left(A\right)\right)$$

Hasznosságok modellezése

Egy A állapot $\leftrightarrow$ standárt sorsolás:

a lehető legjobb díj - u_{max} p valószínűséggel

a lehető legnagyobb katasztrófa - u_{min} 1-p valószínűséggel

p módosítása, amíg: $A \sim L_p$

Hasznossági skálák

Normált: $u_{max} = 1$, $u_{min} = 0$

Mikromort: halálesély/1000000, kb. 20 USD (1980)

pl. Mt.Everest megmászása: 39,427 mikromort/ megmászás

QALY (Quality Adjusted Life Years) – 1 év tökéletes egészségben

…

Hasznosság pozitív lineáris transzformációja nem számít
(a legjobb cselekvés helye (max helye) nem változik)

$$U'(x) = k_1 \times U(x) + k_2,\ k_1 > 0$$

A pénz hasznossága

A pénz nem szabályos hasznosság!
Ha L egy sorsjáték, aminek várható pénzbeli nyeresége EMV(L), akkor általában U(L) < U(EMV(L))

Hasznossági görbe: milyen p valószínűség esetén indifferens az x díj és a [p, M; 1-p, 0] sorsjáték értéke között, nagyon nagy M-re?

Tételezzük fel, hogy győzött egy TV játékban. A műsorvezető most választásra kéri fel: elviheti az 1 millió $ díjat, vagy felteheti azt egy pénzfeldobásos hazárdjátékon. Ha fej, nem kap semmit, ha írás, akkor kap 3 millió $-t. Ha hasonló a többi emberhez, akkor vonakodna játszani, és zsebre vágná a milliót. Ez irracionális volna?

1 millió $ < EMV(L) = 1.5 millió $

De mi van, ha már van valami pénze (k)?

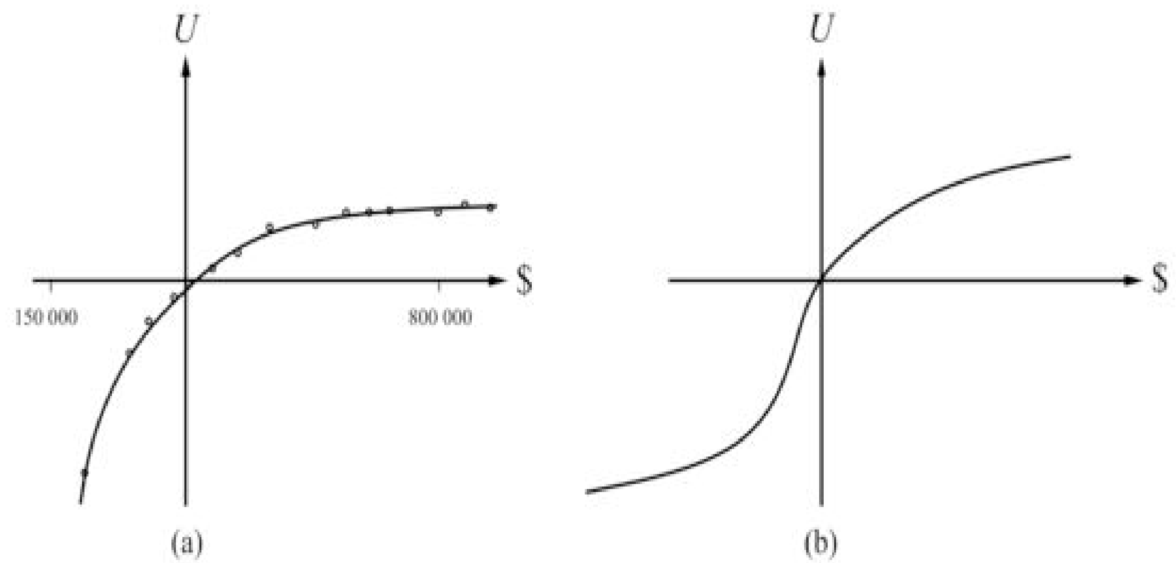
$$EU\left(Elfogad\right) = \frac{1}{2}U(S_k) + \frac{1}{2}U(S_{k+3\,000\,000})$$

$$EU\left(Elutasít\right) = U(S_{k+1\,000\,000})$$

$U(S_k)$	5	5
$U(S_{k+1M})$	9	5.1
$U(S_{k+3M})$	11	5.3

A pénz hasznossága és az emberi irracionalitás

Grayson (1960): a valóságos hasznosságokról szóló úttörő jelentőségű tanulmányban azt találta, hogy a pénz hasznossága majdnem teljesen arányos a mennyiségének logaritmusával (először Bernoulli, 1783).



Nyereségekre: (kockázatkerülő) U(L) < U(EMV(L) biztos kifizetése)

Veszteségekre: (kockázatkereső) U(L) > U(EMV(L) biztos kifizetése)

Kis értékek szakasza lineáris - kockázat-semleges

Sorsjáték determinisztikus ekvivalense DE (játék helyett fogad el)

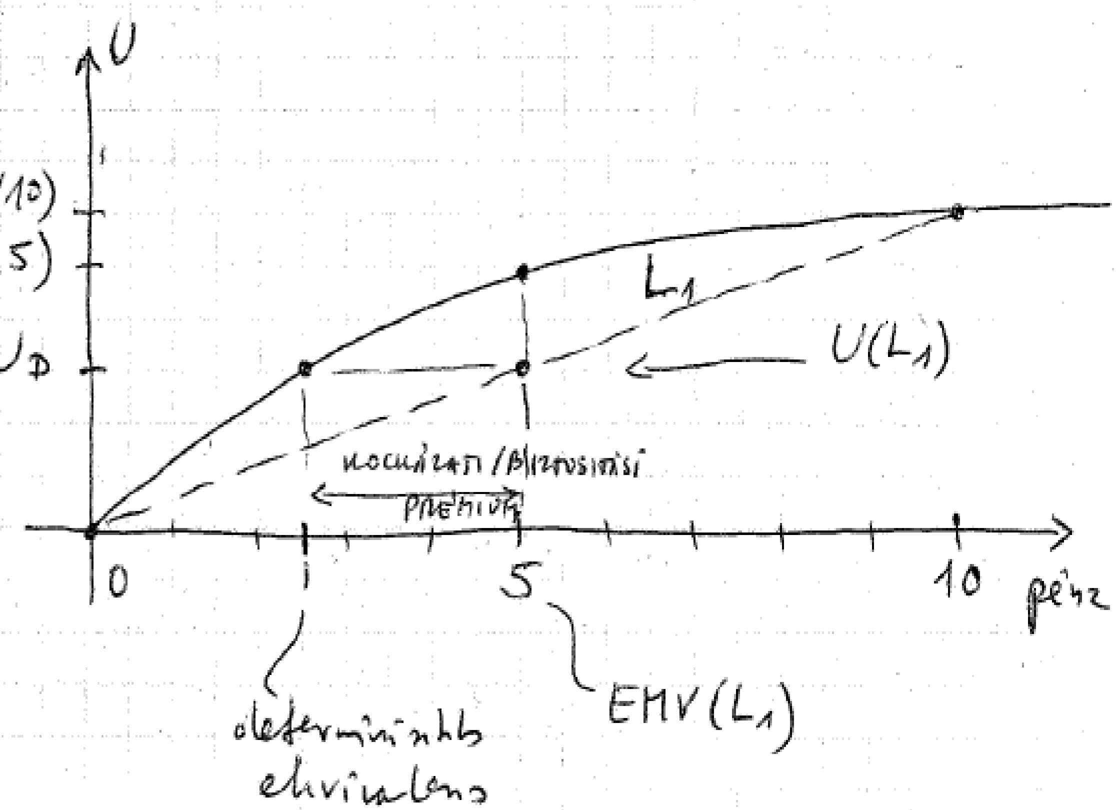
Biztosítási prémium: EMV(L) – DE(L) > 0 (biztosító társaság haszna)

kár << bizt.tsg. vagyona – lineáris szakasz

A pénz hasznossága és az emberi irracionalitás

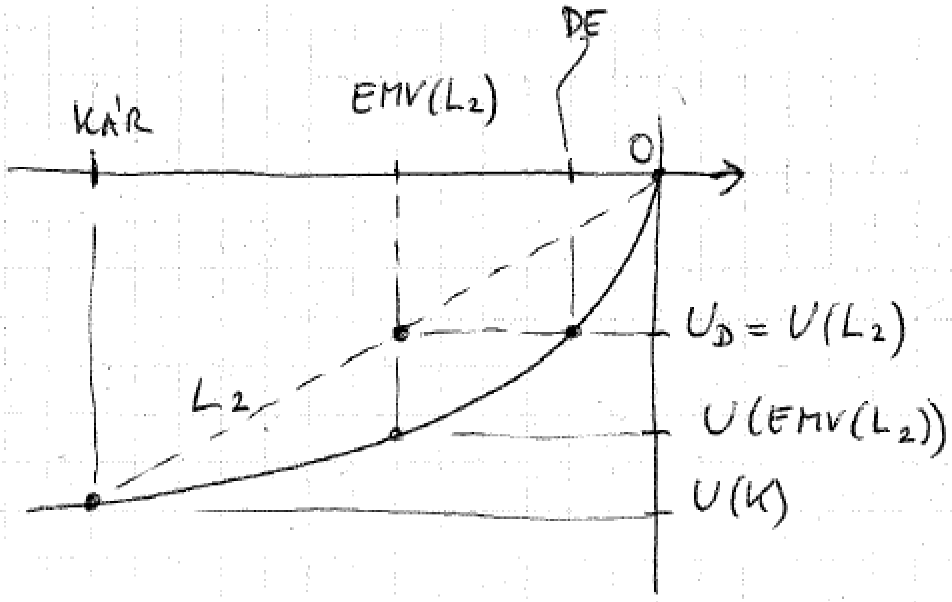
Kockázat kerülő

$U(EMV(L)) > U(L)$
$= U_D$



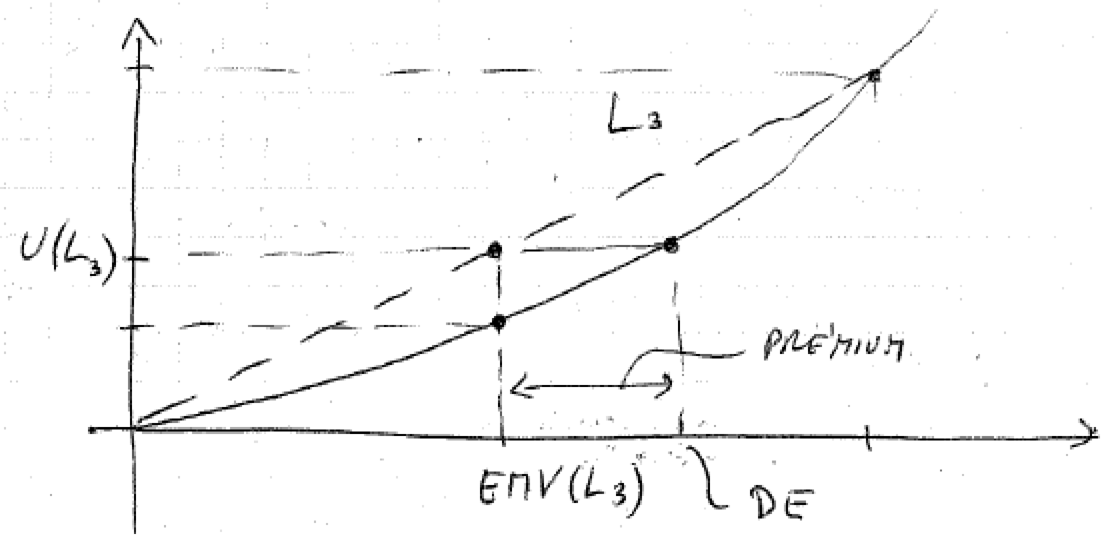
(játsszak v. elégítsenek ki egy fix összeggel ?)

A pénz hasznossága és az emberi irracionalitás



Kockázat kereső

$U(EMV(L)) < U(L)$



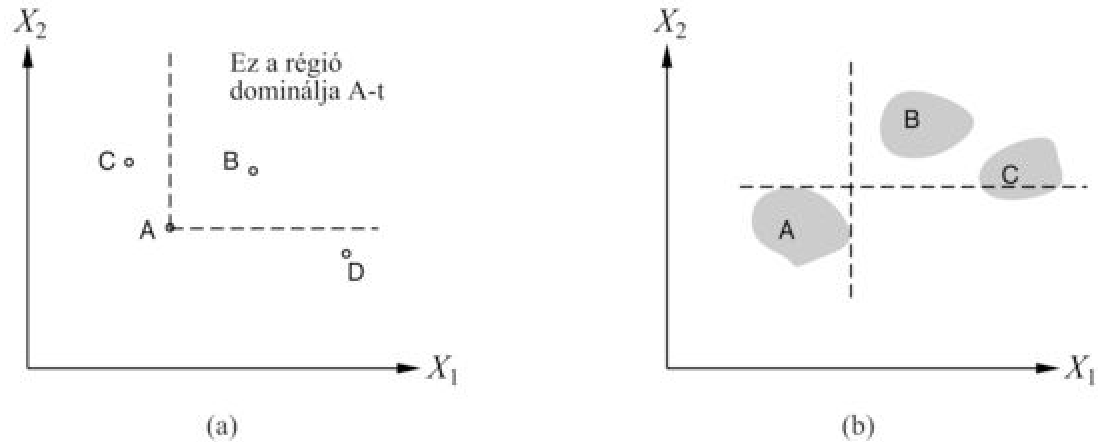
Többváltozós hasznosságfüggvények

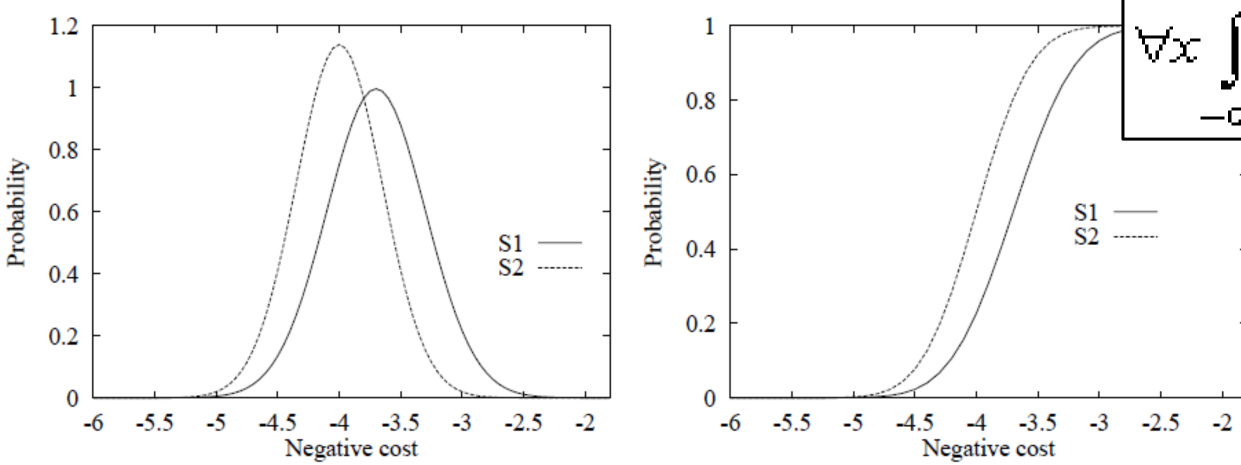
U(Halálesetek, Zaj, Költségek)?

$U(x_1, x_2, \ldots, x_n) = ?$ (1) teljes körű beazonosítás

(2) függetlenségek, kanonikus alakok

Szigorú dominancia
(determ. és bizonytalan)





$$\forall x \int_{-\infty}^{x} p_1(x')dx' \leq \int_{-\infty}^{x} p_2(x')dx'$$

Sztochasztikus
dominancia

Többváltozós hasznosságfüggvények

Additív értékfüggvény

$$U = k_1 \text{ x } U_1 + k_2 \text{ x } U_2 + k_3 \text{ x } U_3$$

Pl. U(Zaj, Költség, Halálesetek) =

– Zaj[dB] × 10^4 – Költség[mFt] – Halálesetek[mikromort] × 10^{12}

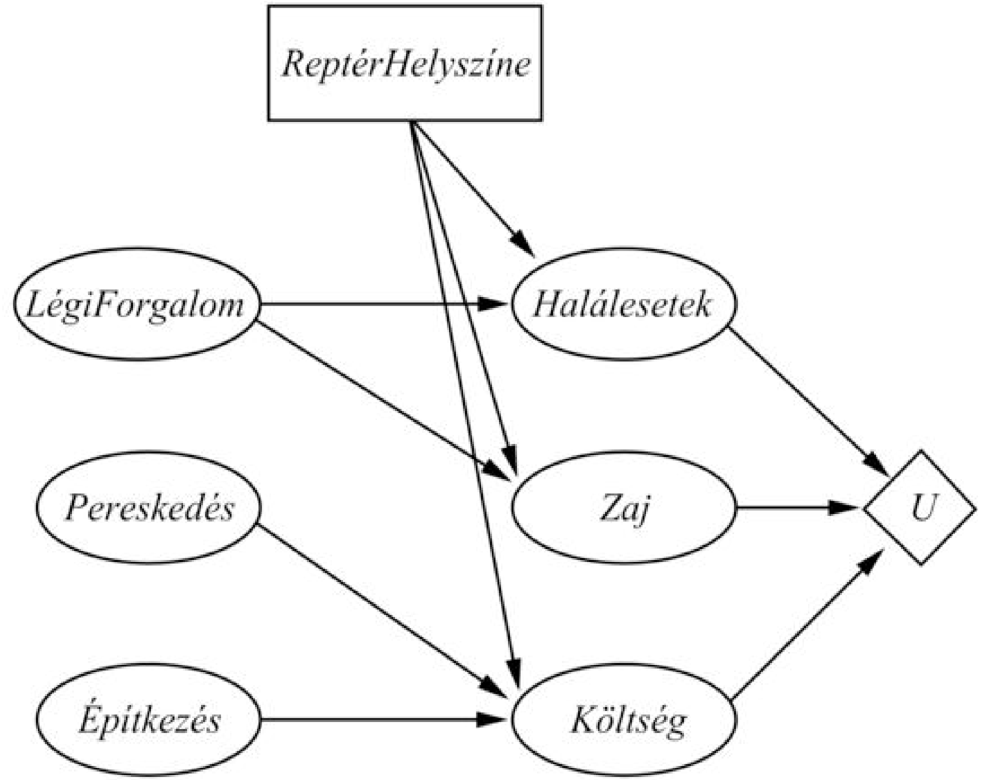
Multiplikatív értékfüggvény

$$\begin{aligned} U = {} & k_1 \text{ x } U_1 + k_2 \text{ x } U_2 + k_3 \text{ x } U_3 + \\ & k_1 \text{ x } k_2 \text{ x } U_1 \text{ x } U_2 + k_2 \text{ x } k_3 \text{ x } U_2 \text{ x } U_3 + k_3 \text{ x } k_1 \text{ x } U_3 \text{ x } U_1 + \\ & k_1 \text{ x } k_2 \text{ x } k_3 \text{ x } U_1 \text{ x } U_2 \text{ x } U_3 \end{aligned}$$

csak 3 paraméter

stb.

Döntési hálók



véletlen csomópontok
FVT
döntési csomópontok
döntési lehetőségek
hasznosságcsomópontok
hasznosságok leírása
cselekvéshasznosság
táblák

Következtetés:
- evidencia változók állítása
- a döntési csomópont minden egyes értékére:
  - állítsuk be a döntési csomópontot erre az értékre
  - **számítsuk ki az a posteriori valószínűségeket a hasznosság-csomópont szüleire** (szabványos valószínűségi következtetés)
- számítsuk ki a cselekvések hasznosságát
- ? a legnagyobb hasznosságértékű cselekvés

Információ hasznossága

Legyen a meglévő evidencia E, aktuális legjobb cselekvés α, melynek lehetséges kimenetelei Eredmény_i, az új lehetséges evidencia E_j.

A pillanatnyi legjobb cselekvés értéke:

$$EU(\alpha \mid E) = \max_A \sum_i U(Eredm_i(A)) P(Eredm_i(A) \mid Tesz(A), E)$$

A pillanatnyi legjobb cselekvés értéke új evidencia után:

$$EU(\alpha_{E_j} \mid E, E_j) = \max_A \sum_i U(Eredm_i(A)) P(Eredm_i(A) \mid Tesz(A), E, E_j)$$

A teljes információ értéke (TIÉ) (az előre még nem ismert új evidencia értékeire vett átlag):

$$TIÉ_E\left(E_j\right) = \left(\sum_k P\left(E_j = e_{jk} \middle| E\right) EU\left(\alpha_{e_{jk}} \middle| E, E_j = e_{jk}\right)\right) - EU\left(\alpha \middle| E\right)$$

Racionális ágensek tranzitív preferenciáiról

Három ágens preferenciái:
(Ág1) Körte > Szőlő > Alma
(Ág2) Szőlő > Alma > Körte
(Ág3) Alma > Körte > Szőlő

Mi a csoport véleménye, csoport preferenciasora?

Legyen annak kifejezője a többségi választás (itt 2 az 1 ellen):

Körte > Szőlő
Szőlő > Alma
Alma > Körte

Egyenként racionális, együtt már nem?